ANALYTICA
REVISTA DE FILOSOFIA
volume 26
número 2
2022

Estilo matemático

Paolo Mancosu
University of California, Berkeley

O objetivo deste ensaio é descrever e analisar a literatura sobre estilo na história e na filosofia da matemática. Em particular, ao final será tratado o problema de como se pode abordar filosoficamente a noção de "estilo" em matemática. Embora este não seja um dos tópicos canônicos em filosofia da matemática, a exposição se valerá de discussões relevantes sobre estilo na história e na filosofia da ciência.

Falar de matemática em termos de estilo é um fenômeno bastante comum. Apelos a características estilísticas na matemática são encontrados já no início do século XVII. Bonaventura Cavalieri, por exemplo, ainda em 1635 contrasta suas técnicas indivisibilistas com o estilo de Arquimedes:

> Eu sei de fato que todas as coisas mencionadas acima [teoremas do próprio Cavalieri obtidos por provas indivisibilistas] podem ser reduzidas ao estilo de Arquimedes. (No original em latim: "*Scio autem praefata omnia ad stylum Archimedeum reducti posse.*" (CAVALIERI, 1635, 235)).

Mais tarde no mesmo século, é mais fácil encontrar exemplos: Leibniz (1701, 270-71) escreve: "A análise não difere do estilo de Arquimedes, exceto pelas expressões que são mais diretas e mais apropriadas à arte da descoberta" (no original francês: "*L'analyse ne diffère du style d'Archimède que dans les expressions, qui sont plus directes et plus conformes à l'art d'inventer*"). É interessante notar que ocorrências como esta são anteriores ao uso generalizado da noção de estilo na pintura, que data somente da década de 1660 (ocorrências esporádicas, como aponta Sauerländer 1983, também são encontradas no século XVI). No início do século XVII, a palavra escolhida na pintura era "manière" (ver Panofsky 1924; tradução inglesa (1968, 240)). Vejamos mais um par de exemplos, dos séculos XIX e XX. Chasles em seu *Aperçu historique* (1837), falando sobre Monge, diz:

> Ele deu início a uma nova forma de escrever e falar sobre esta ciência. O estilo, de fato, está tão intimamente ligado ao espírito de uma metodologia que deve avançar em sintonia com ela; do mesmo modo, se o antecipou, o estilo deve necessariamente exercer uma poderosa influência sobre aquele espírito e sobre o progresso geral da ciência. (CHASLES, 1837, §18, 207)

Outro exemplo vem da avaliação da abordagem de Dedekind à matemática, feita por Edwards:

> O brilhantismo de Kronecker não pode ser posto em dúvida. Se ele tivesse um décimo da capacidade de Dedekind para formular e expressar suas ideias com clareza, sua

> contribuição para a matemática poderia ter sido ainda maior do que a de Dedekind. Sendo as coisas como são, no entanto, seu brilho, na maior parte, morreu com ele. O legado de Dedekind, por outro lado, consistiu não apenas em importantes teoremas, exemplos e conceitos, mas em todo um estilo de matemática que tem sido uma inspiração para cada geração que a ele se seguiu. (EDWARDS, 1980, 20)

Obviamente poderíamos acumular citações similares (ver, entre outros, COHEN 1992, DE GANDT 1986, DHOMBRES 1993, EPPLE 1997, FERREIRÓS & RECK 2020, FLECKENSTEIN 1955, GRANGER 2003, HØYRUP 2005, LAUGWITZ 1993, NOVY 1981, RECK 2009, TAPPENDEN 2005, WEISS 1939, WISAN 1981), o que não seria muito interessante. Mesmo em matemática o estilo varia desde "estilos individuais", passando por "estilos nacionais" a "estilos epistêmicos", entre outros. O que se faz necessário, antes de mais nada, é uma compreensão dos principais contextos nos quais o apelo a "estilo" na matemática ocorre, embora este ensaio não contenha muita discussão sobre "estilos individuais" (exemplos disso incluem, para seguir uma sugestão de Enrico Bombieri, os estilos "muito pessoais" de Euler, Ramanujan, Riemann, Serre e A. Weil – e aos quais se poderia sem prejuízo acrescentar o inigualável estilo de Grothendieck.[1]

Em muitos casos, o apelo à noção de estilo é emprestado das artes plásticas, e alguns deles serão discutidos a seguir. Harwood afirma que "o conceito de estilo foi concebido para classificar os padrões culturais observados no estudo das artes plásticas" (HARWOOD, 1993, p. X?). Wessley sobre "transferir esse conceito [de estilo] para a história da ciência" (WESSLEY, 1991, p.265). Embora isso talvez seja verdade para o século XX (ver também KWA, 2012), deve-se ter em mente, como foi apontado acima, que essa afirmação deve ser qualificada quando se trata do século XVII.

1. "Estilo" em histórias culturais comparadas

Não obstante as advertências anteriores, é fato que do século XX alguns dos principais apelos à categoria de estilo na matemática foram realizados em referência às artes. Isso vale especialmente para aqueles autores que quiseram abordar a produção cultural da humanidade de forma unificada e, assim, enxergaram uma uniformidade nos processos de produção científica e artística. Foi nesse contexto que Oswald Spengler, em *A Decadência do Ocidente* (SPENGLER, 1919, 1964), ensaiou uma morfologia da história mundial e alegou que a história da matemática era caracterizada por diferentes épocas estilísticas que dependiam da cultura que a produzia:

> O estilo de qualquer matemática que venha a existir depende inteiramente da cultura na qual está enraizada, do tipo de humanidade que a engendra. A alma pode aportar suas possibilidades inerentes ao desenvolvimento científico, pode manejá-las na prática, pode atingir os mais altos níveis em seu modo de tratá-las – mas é bastante impotente para alterá-las. A ideia da geometria euclidiana atualiza-se nas primeiras formas de ornamento clássico e o cálculo infinitesimal nas primeiras formas de arquitetura gótica, séculos antes do nascimento dos primeiros matemáticos eruditos das respectivas culturas. (SPENGLER, 1919, 59)

Paralelos entre a matemática e outras produções artísticas de uma cultura não são os únicos. Apoiando-se na afirmação de Goethe de que o matemático completo "sente em si a

1 Observação acrescentada pela tradutora.

beleza do verdadeiro" e na afirmação de Weierstrass de que "quem não é ao mesmo tempo um pouco poeta nunca será um verdadeiro matemático", Spengler passou a caracterizar a matemática como arte:

> A matemática, então, é uma arte. Como tal, tem seus estilos e períodos de estilo. Não é, como o leigo e o filósofo (que também é leigo) imaginam, substancialmente inalterável, mas sujeita a mudanças que passam desapercebidas de época para época, como toda arte. (SPENGLER, 1919, 62)

O tratamento mais extenso baseado no paralelo entre arte e matemática, e que explora a noção de estilo como categoria central para uma análise da história da matemática, é o de Max Bense. Em um livro apropriadamente intitulado *Konturen einer Geistesgeschichte der Mathematik* (1946), Bense dedicou um capítulo inteiro (cap. 2) a articular o modo como a noção de estilo se aplica à matemática. Para Bense estilo é forma:

> Pois o estilo é forma, forma essencial, e designamos essa forma como a "Estética", se ela controla categorialmente o sensível, um material. (BENSE, 1946, 118)

Bense via a história da arte e a história da matemática como aspectos da história do Espírito [*Geistesgeschichte*]. De fato, "o estilo ocorre onde a imaginação humana e a capacidade de expressão se encontram na criação". Bense certamente tendia a traçar paralelos entre estilos na história da arte e estilos em matemática (em seu livro, ele tratou especialmente os estilos barroco e romântico), mas, em oposição a Spengler, manteve separadas a natureza da arte e da matemática. De fato, ele reconheceu que uma história estilística da matemática não poderia ser reduzida "a uma coincidência entre certas tendências formais da matemática e os grandes estilos artístico-mundiais-espirituais de épocas únicas como o Renascimento, o Classicismo, o Barroco ou o Romantismo" (p.132; ver FLECKENSTEIN 1955 E WISAN 1981 para paralelos mais recentes entre o barroco na arte e a matemática do século XVII). Ele se referiu ao "*Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus*" de Felix Klein para sublinhar que certas linhas de desenvolvimento caracterizadas por Klein poderiam ser vistas como assinalando estilos na história do desenvolvimento da matemática (ver KLEIN, 1924, 91).

Tentativas como as de Spengler e Bense certamente atraem teóricos que gostariam de usar a categoria de estilo como uma ferramenta para descrever, e talvez explicar, padrões culturais. No entanto, elas induzem o leitor com conhecimento em matemática e/ou história da arte ao ceticismo, por conta dos paralelos geralmente forçados que supostamente fornecem evidências para a narrativa. É claro que isso não significa rejeitar em última análise a abordagem ou a utilidade da adequação da categoria de estilo em matemática, mas seria bom que seu uso estivesse mais diretamente relacionado a aspectos da prática matemática. Uma tentativa recente de conectar as noções de estilo na literatura e na matemática encontra-se em van BENGEDEM E VAN KERKHOVE (2014).

Em geral, podem-se distinguir dois tipos de teorizações associáveis a tais tentativas. A primeira é puramente descritiva ou taxonômica, e se contenta em mostrar certos padrões comuns entre uma determinada área do pensamento, como a matemática, e outros produtos culturais de uma determinada sociedade. A segunda abordagem pressupõe a primeira, mas também indaga sobre as causas que explicam a presença de um certo estilo de pensamento ou produção, e normalmente tenta atribuí-las a fatores psicológicos ou sociológicos. Em Spengler e Bense há elementos de ambos os tipos, embora a ênfase seja mais nos paralelos do que nas causas subjacentes ou que explicam os paralelos.

No início do século XX, proliferam-se tentativas de estender o uso do conceito de estilo em arte para outros domínios das empreitadas humanas. Um caso bem conhecido é a tentativa sociológica de Mannheim de caracterizar estilos de pensamento dentro de diferentes grupos sociais (Mannheim 1928). Embora Mannheim não tenha excluído o pensamento científico do domínio da análise sociológica do conhecimento, ele não chegou a realizar uma tal análise. Em contraste, Ludwik Fleck praticava uma análise sociológica da ciência na qual "estilos de pensamento" desempenhavam um papel central. Fleck no entanto, concentrou-se na medicina (FLECK, 1935).

Aqui é importante destacar que a noção de estilo de pensamento tem admitido, em geral, dois desenvolvimentos distintos na pesquisa contemporânea, que também afetam a matemática. Primeiro, há a noção encontrada em Fleck. Dependendo de quão generoso alguém queira ser ao traçar conexões, pode-se ver essa abordagem de estilos de pensamento como relacionada ao trabalho maduro de Kuhn, Foucault e Hacking (veja a discussão sobre Hacking a seguir). Há, no entanto, uma maneira diferente de pensar sobre estilos de pensamento, geralmente denominada de estilos cognitivos. Esta é uma área de interesse para psicólogos cognitivos e educadores matemáticos (para uma visão geral da pesquisa psicológica nesta área, ver RIDING, 2000 e STENBERG & GRIGORENKO, 2001). Aqui o foco está na constituição psicológica do indivíduo que exibe preferência por um certo estilo cognitivo, seja para aprender, entender ou pensar sobre matemática (ou seja, processar e organizar informações matemáticas). A antiga distinção entre matemáticos visuais e analíticos enfatizada por Poincaré (ver Poincaré 1905) ainda faz parte do mapa, embora haja uma grande variedade de modelos e classificações. Para um panorama histórico e uma proposta teórica centrada na matemática ver BORROMEO FERRI, 2005.

Na área de história e filosofia da matemática não há obras de fôlego abordando estilos matemáticos que expliquem a emergência de um determinado estilo por meio de categorias sociológicas ou psicológicas (embora NETZ (1999) tenha interessado teóricos do estilo como uma tentativa história cognitiva de um importante segmento da matemática grega). Isso contrasta com livros de história das ciências naturais como HARWOOD (1993), cujo objetivo é explicar o surgimento do estilo de pensamento da comunidade geneticista alemã por meio de argumentos sociológicos. O mais próximo de tal narrativa é a concepção de estilo em matemática como dependente de fatores psicológicos e raciais, de Bieberbach. Ele será discutido na próxima seção, sobre estilos nacionais.

2. Estilos nacionais em matemática

Menos ambicioso do que as tentativas anteriores de uma história geral das produções culturais humanas ou do que os paralelos de longo alcance entre arte e matemática é o uso da noção de estilo como categoria historiográfica em história da matemática, sem referência particular à arte ou a outras atividades humanas. Se voltarmos ao início do século XX, descobriremos que os "estilos nacionais" eram muitas vezes mencionados para categorizar certas características da produção matemática que pareciam se enquadrar diretamente em linhagens nacionais. Na história da ciência, tais casos de "estilos nacionais" foram frequentemente estudados. Deve-se lembrar aqui o livro *Styles of Scientific Thought* (1993) de J. Harwood e as contribuições de NYE 1986, MAIENSCHEIN, 1991 e ELWICK, 2007. Um caso de interesse para a matemática é a oposição entre o estilo francês e alemão estudada por Herbert Mehrtens.

MEHRTENS (1990a, 1990b, 1996) descreve em termos de estilos o conflito, em matemática, entre "formalistas" e "logicistas" de um lado e "intuicionistas" de outro como uma batalha entre duas concepções de matemática (ver também Gray 2008 para uma visão crítica da abordagem de Mehrtens enfatizando também a transformação "modernista" da matemática). Hilbert e Poincaré são usados como paradigmas para as fontes da oposição que mais tarde levariam ao debate fundacional entre Hilbert e Brouwer na década de 1920 (sobre a história do debate Brouwer-Hilbert ver MANCOSU, 1998). Mehrtens também sublinha que essa oposição não necessariamente seguia linhas nacionais, pois Klein, por exemplo, poderia ser visto como próximo a Poincaré. De fato, um certo internacionalismo na matemática era dominante no final do século XIX e início do século XX. No entanto, a Primeira Guerra Mundial mudaria a situação, dando origem a fortes conflitos nacionalistas. Um ator central na "nacionalização" da oposição foi Pierre Duhem, que opôs o *esprit de finesse* dos franceses ao *esprit de géométrie* dos alemães:

> Partir de princípios claros... depois progredir passo a passo, pacientemente, meticulosamente, num ritmo que as regras da lógica dedutiva disciplinam com extrema severidade: é nisso que o gênio alemão se destaca; o *esprit* alemão é essencialmente *esprit de géométrie*... Os alemães são geômetras, não são sutis [*fin*]; os alemães carecem completamente de *esprit de finesse.* (DUHEM, 1915, 31-32)

Duhem pretendia que seu modelo se aplicasse às ciências naturais, mas também à matemática. KLEINERT (1978) mostrou que o livro de Duhem era apenas parte de uma reação dos cientistas franceses à declaração de 1914 "*Aufruf an die Kulturwelt*" assinada por noventa e três proeminentes intelectuais alemães. Isso levou à chamada "*Krieg der Geister*" em que a polarização entre Alemanha e França chegou ao ponto não só de criticar as formas específicas de fazer uso da ciência (digamos praticar a ciência com fins militares), mas também levou a uma caracterização do conhecimento científico como essencialmente determinado por características nacionais. Na verdade, essa estratégia foi usada basicamente pelos franceses para criticar "*La Science Allemande*", mas será, vinte anos depois, utilizada pelos alemães com a substituição de "nacional" por "*rassisch*". O caso mais conhecido é o da "*Deutsche Physik*", mas aqui o foco será na "*Deutsche Mathematik*" (ver também SEGAL, 2003 e PECKHAUS, 2005).

A forma mais extrema desse confronto ideológico, que ironicamente inverteu o papel de alemães e franceses na comparação utilizada por Duhem, encontra-se nos escritos de Ludwig Bieberbach, fundador da chamada "*Deutsche Mathematik*". Começando com a demissão de Landau da faculdade de matemática em Göttingen, Bieberbach tentou racionalizar o porquê de os alunos forçarem a demissão de Landau. Em um *Kurzreferat* para sua palestra, ele resumiu seus objetivos da seguinte forma:

> Minhas considerações visam descrever a influência do povo [*Volkstum*], do sangue e da raça no estilo de criação de minha própria ciência, a matemática, usando vários exemplos. Para um nacional-socialista, é claro que isso não requer nenhuma prova. É antes um *insight* de grande obviedade. Pois todas as nossas ações e pensamentos estão enraizados no sangue e na raça e recebem deles sua especificidade. A existência de tais estilos também é familiar a todos os matemáticos. (BIEBERBACH, 1934a, p. 235)

Em seus dois artigos 1934b e 1934c, ele afirmou que a matemática praticada por Landau era estranha ao espírito alemão. Ele comparou Erhard Schmidt a Landau e afirmou que no primeiro caso:

> O sistema é direcionado para os objetos, a construção é orgânica. Em contraste, o estilo de Landau é estranho à realidade, antagônico à vida, inorgânico. O estilo de Erhard Schmidt é concreto, intuitivo e ao mesmo tempo satisfaz todas as exigências lógicas. (BIEBERBACH 1934b, p. 237)

Outras oposições importantes apresentadas por Bieberbach como "evidência" para suas alegações foram Gauss vs. Cauchy-Goursat acerca dos números complexos; Poincaré vs. Maxwell sobre física matemática; Landau vs. Schmidt; e Jacobi vs. Klein.

Baseando-se na psicologia dos tipos de Jaensch, o notório psicólogo de Marburg, ele passou a se opor aos tipos psicológicos judeus/latinos e alemães. A linha divisória, por assim dizer, era entre uma matemática movida pela intuição, típica da matemática alemã, e o formalismo supostamente defendido pelos matemáticos judeus/latinos. Obviamente, Bieberbach foi forçado a fazer muitas manobras para garantir que importantes matemáticos alemães não acabassem no lado errado da equação (veja-se o que ele diz sobre Weierstrass, Euler e Hilbert). A base dessas diferenças matemáticas deveria ser encontrada em características raciais:

> Em minhas considerações, tentei mostrar que na atividade matemática há questões de estilo e que, portanto, sangue e raça são influentes no modo de criação matemática. (BIEBERBACH, 1934c, pp. 358-359)

A razão para discutir Bieberbach neste contexto é que seu caso exemplifica uma tentativa de enraizar a noção de estilo em algo mais fundamental, como características nacionais interpretadas em termos psicológicos, bem como em aspectos raciais. Além disso, seu caso também é interessante pois sua abordagem do estilo mostra como esse tipo de teorização pode ser colocado a serviço de um programa político enviesado.

Felizmente, falar de estilos nacionais em matemática não carrega em si todas as implicações encontradas em Bieberbach. De fato, quando os historiadores hoje se referem a estilos nacionais, eles o fazem sem o nacionalismo que motivou as contribuições mais antigas. Em vez disso, eles estão preocupados em descrever como as culturas "locais" desempenham um papel na constituição do conhecimento (ver também LARVOR 2016). Embora o aumento da mobilidade e as comunicações por e-mail dificultem a proliferação de estilos nacionais, condições políticas especiais também podem favorecer a persistência desse tipo de estilo. É o caso, por exemplo, do estilo russo em geometria algébrica e em teoria da representação. Como apontou Robert MacPherson ao autor, esse caso de estilo nacional mereceria uma investigação mais extensa e seria interessante estudar como a queda da União Soviética o impactou. Em contraste, um exemplo de estilo nacional que tem sido extensivamente estudado é o da geometria algébrica de estilo italiano.

O caso foi estudado com cuidado por vários historiadores da matemática e em particular por Aldo Brigaglia (ver também CASNATI et al. 2016). Brigaglia, por exemplo, escreve:

> Além disso, a escola italiana não era estritamente uma "escola" nacional, mas sim um estilo de trabalho e uma metodologia baseados principalmente na Itália, mas com representantes em outras partes do mundo. (BRIGAGLIA, 2001, p. 189)

As aspas destacam o problema de tentar entender a diferença entre 'escolas', 'estilos', 'metodologias' etc. (ver ROWE, 2003) Não houve nenhuma tentativa de discutir analiticamente a noção de 'estilo nacional' para a história matemática — em todo caso, nada comparável ao que HARWOOD (1993) faz no primeiro capítulo de seu livro. A situação também

se complica pelo fato de que diferentes autores usam diferentes terminologias quando talvez estejam se referindo ao mesmo assunto. Muito se tem falado recentemente, por exemplo, sobre as "imagens da matemática" (CORRY, 2004a, 2004b, BOTTAZZINI & DAHAN DALMEDICO, 2001). Na última seção, voltaremos a refletir sobre esses diferentes usos do estilo na literatura historiográfica sobre matemática e como eles se comparam com os das ciências naturais.

3. Matemáticos sobre estilo

Até agora, a discussão concentrou-se no estilo como ferramenta para filósofos da cultura e para historiadores da matemática. Mas e os matemáticos, reconhecem a existência de estilos na matemática? Mais uma vez, não seria difícil encontrar citações isoladas nas quais os matemáticos falem sobre o estilo dos antigos ou o estilo algébrico abstrato ou o estilo categorial. Em trabalhos na área de lógica encontramos ocorrências de estilo em denominações como "matemática construtiva ao estilo de Bishop". O que é difícil de encontrar são discussões sistemáticas por parte de matemáticos sobre a noção de estilo. O caso de Bieberbach foi mencionado acima, mas nenhuma discussão detalhada dos exemplos que ele apresentou como evidência de diferenças de estilo foi fornecida, em parte porque seus exemplos são tão distorcidos por seu desejo de sustentar seu ponto de vista ideológico que há razões para duvidar que se ganharia muito por meio de uma análise de seus estudos de caso.

Uma contribuição interessante é um artigo de Claude Chevalley de 1935 intitulado "*Variations du style mathématique*". Chevalley toma a existência do estilo como certa. Ele começa assim:

> O estilo matemático, assim como o estilo literário, está sujeito a importantes flutuações no transcorrer de uma época histórica a outra. Sem dúvida, cada autor possui um estilo individual; mas pode-se notar também em cada época histórica uma tendência geral que é bastante bem reconhecível. Esse estilo, sob a influência de poderosas personalidades matemáticas, está por vezes sujeito a revoluções que influenciam a escrita e, portanto, o pensamento, dos períodos seguintes. (CHEVALLEY, 1935, p. 375)

No entanto, Chevalley não tentou refletir sobre a noção de estilo em jogo aqui. Em vez disso, ele se preocupou em mostrar, por meio de um exemplo importante, as características da transição entre dois estilos de fazer matemática – transição que caracterizou a passagem da matemática do século XIX para as abordagens do século XX. O primeiro estilo descrito por Chevalley é o estilo Weierstrassiano, "o estilo ε". Ele encontra sua *raison d'être* na necessidade de rigorizar o cálculo, afastando-se das indefinições relacionadas a noções como "quantidade infinitamente pequena" etc. O desenvolvimento da análise no século XIX (funções analíticas, séries de Fourier, teorias de superfícies, equações de Lagrange em mecânica etc.) levou a uma análise crítica

> do quadro algébrico-analítico diante do qual se encontravam; e é desse exame crítico que um estilo matemático completamente novo deveria emergir. (CHEVALLEY, 1935, p. 377)

Chevalley passou a destacar a descoberta de uma função contínua indiferenciável como o elemento mais importante dessa revolução, devida a Weierstrass. Como a função de Weierstrass pode ser dada em termos de uma expansão de Fourier aparentemente bastante

normal, ficou óbvio que muitas demonstrações em matemática assumiam condições de fechamento que precisavam ser rigorosamente estabelecidas. O conceito de limite, conforme definido por Weierstrass, foi a poderosa ferramenta que permitiu tais investigações. A reconstrução da análise realizada por Weierstrass e seus seguidores revelou-se não apenas fundamentalmente bem-sucedida, mas também matematicamente frutífera. Aqui está o quão perto Chevalley chega de caracterizar esse estilo:

> O uso da definição de limite devida a Weierstrass por parte dos matemáticos desta escola pode ser notado na aparência externa de seus escritos. Em primeiro lugar, no uso intensivo e às vezes imoderado do "ε" acompanhado de vários índices (por isso falamos acima de um estilo de "ε"). Em segundo lugar, na substituição progressiva da igualdade pela desigualdade tanto nas demonstrações como nos resultados (teoremas de aproximação; teoremas do limite superior etc.). Este último aspecto nos ocupará porque nos fará compreender as razões que forçaram a superação do estilo de pensamento weierstrassiano. De fato, enquanto a igualdade é uma relação significativa para as entidades matemáticas, a desigualdade só pode ser aplicada a objetos dotados de uma relação de ordem, praticamente apenas aos números reais. Assim, para abarcar toda a análise, fomos levados a reconstrui-la inteiramente a partir dos números reais e das funções de números reais. (CHEVALLEY, 1935, pp. 378-379)

A partir desta abordagem pode-se também construir o sistema de números complexos como pares de reais e os pontos de espaços em n dimensões como n-tuplas de reais. Isso dava a impressão de que a matemática poderia ser unificada por meio de definições construtivas a partir dos números reais. No entanto, as coisas se passaram de modo diferente e Chevalley tenta explicar as razões que o levaram a desistir dessa abordagem "construtiva" em favor de uma abordagem axiomática. Várias teorias algébricas, como a teoria dos grupos, deram origem a relações que não podiam ser construídas a partir dos números reais. Além disso, a definição construtiva dos números complexos equivalia a fixar um sistema de referência arbitrário e, assim, dotar esses objetos de propriedades que ocultavam sua real natureza. Por outro lado, conhecia-se a axiomatização da geometria de Hilbert que, embora rigorosa, não tinha o caráter de artificialidade das teorias construtivas. Neste caso as entidades não são construídas, mas sim definidas através dos axiomas. Essa abordagem foi desenvolvida para influenciar a própria análise. Chevalley mencionou a teoria da integral de Lebesgue que foi obtida primeiro estabelecendo quais propriedades a integral tinha que satisfazer, mostrando depois que existia um domínio de objetos que satisfazia essas propriedades. A mesma ideia foi usada por Frechet ao estabelecer as propriedades que deveriam caracterizar a operação de limite, chegando assim a uma teoria geral dos espaços topológicos. Outro exemplo citado por Chevalley é o da axiomatização da teoria de campos dada por Steinitz em 1910. Chevalley concluiu que

A axiomatização das teorias modificou profundamente o estilo dos escritos matemáticos contemporâneos. Em primeiro lugar, para cada resultado obtido, é preciso sempre descobrir quais são as propriedades estritamente indispensáveis para estabelecê-lo. Abordar-se-á seriamente o problema de dar uma demonstração mínima de tal resultado e, para tanto, será necessário delimitar exatamente em qual domínio da matemática se está operando, de modo a rejeitar métodos estranhos a esse domínio, pois estes são susceptíveis de suscitar a introdução de hipóteses inúteis. (CHEVALLEY, 1935, p. 382)

O artigo de Chevalley é uma fonte preciosa, de um matemático contemporâneo, sobre o tema do estilo. Ele mostra com força a diferença entre a aritmetização da análise do final do século XIX e a abordagem axiomático-algébrica do início do século XX. No entanto, seu enfoque tem limitações. A noção de estilo não é tematizada como tal e não está claro que os

recursos aduzidos para explicar os eventos históricos particulares possam fornecer as ferramentas gerais para analisar outras transições de estilo matemático. Mas talvez isso deva ser, se a alguém couber, a tarefa de uma filósofa da matemática (para uma análise detalhada da abordagem de estilo de Chevalley, ver RABOUIN, 2017; para mais desenvolvimentos, focados no estilo Bourbaki, ver MARQUIS, 2021).

4. O locus do estilo

Em um livro intitulado "*Introducción al estilo matematico*" (1971), o filósofo espanhol Javier de Lorenzo tentou escrever uma história da matemática (reconhecidamente parcial) em termos de estilo. Embora em 1971 o trabalho de Granger, a ser discutido na seção 5, já tivesse aparecido, De Lorenzo não estava ciente dele, e a única fonte sobre estilo que ele usa é o artigo de Chevalley. Na verdade, este livro é tão-somente uma extensão do estudo de Chevalley para incluir muitos outros "estilos" que apareceram na história da matemática. A lista de estilos matemáticos estudados por De Lorenzo é a seguinte:

- Estilo geométrico;
- Estilo poético;
- Estilo cosico;
- Estilo algébrico-cartesiano;
- O estilo dos indivisíveis;
- Estilo operacional;
- Estilo épsilon;
- Estilos sintéticos vs. analíticos em geometria;
- Estilo axiomático;
- Estilo formal.

A configuração geral lembra muito a abordagem de Chevalley e seria vão procurar no livro de De Lorenzo uma descrição satisfatória do que é estilo. É verdade que existem algumas observações interessantes sobre o papel da linguagem na determinação de um estilo, mas falta uma análise filosófica geral. Há, no entanto, um ponto importante a ser enfatizado sobre o tratamento dado por Chevalley e Lorenzo, que parece apontar para uma característica importante do uso de "estilo" na matemática.

Em seu artigo "*De la catégorie de style en histoire des sciences*" (GAYON, 1996), e no posterior GAYON (1999,) Jean Gayon apresenta os diferentes usos de "estilo" na historiografia da ciência como situado entre dois campos (de certa forma ele aqui segue HACKING, 1992). Primeiro, há o uso do "estilo científico" por parte daqueles que buscam uma "história local da ciência". Normalmente, esse tipo de análise se concentra em "grupos ou escolas locais" ou em "nações". Esse tipo de história não enfatiza, por exemplo, o aspecto universal do conhecimento e enfatiza as dificuldades envolvidas na tradução de experimentos de um cenário para outro. Tais dificuldades parecem depender das tradições "locais", que incluem conhecimentos técnicos e teóricos específicos "fundamentais para estabelecer, realizar e analisar o resultado dessas experiências" (CORRY, 2004b). Em segundo lugar, tem-se o uso de 'estilo científico' exemplificado em obras como *Styles of Scientific Thinking in the European Tradition* (CROMBIE, 1994). Crombie enumera os seguintes estilos científicos:

a. postulação nas ciências matemáticas axiomáticas

b. exploração experimental e medição de complexos detectáveis

c. modelagem hipotética

d. ordenar uma variedade por comparação e taxonomia

e. análise estatística de populações, e

f. derivação histórica do desenvolvimento genético (citado de HACKING, 1996, p. 65)

Gayon observa que esta última noção de "estilo" poderia ser substituída por "método" e que "os estilos discutidos aqui não têm nada a ver com estilos locais". Ele também observa que, quando se trata de estilos locais, os grupos que atuam como suporte sociológico de tais análises são "grupos de pesquisa" ou "nações". A história recente das ciências experimentais tem enfatizado bastante tais fatores locais (ver, por exemplo, GAVROGLU, 1990 para os "estilos de raciocínio" de dois laboratórios de baixa temperatura, o de Dewar (Londres) e o de Kamerlingh Onnes (Leiden)).

Historiadores da matemática estão agora tentando aplicar tais abordagens historiográficas também à matemática pura. Uma tentativa recente nessa direção é o trabalho de Epple em termos de "configurações epistêmicas", como seu artigo sobre os primeiros trabalhos de Alexander Reidemeister em teoria dos nós (EPPLE, 2004; ver também ROWE, 2003 e 2004, e EPPLE, 2011). Os grupos que sustentam tais investigações não são chamados de "escolas", mas sim de "tradições matemáticas" ou "culturas matemáticas".

E quanto à noção "metodológica" de estilo *à la* Crombie? Os historiadores da matemática a utilizaram? Além de inúmeros tratamentos do primeiro estilo (método axiomático), não há muito nessa área, embora uma contribuição histórica interessante seja o trabalho de Goldstein (2001) sobre Frenicle de Bessy. Ela argumenta que a matemática pura praticada por Frenicle de Bessy tinha muito em comum com o estilo baconiano de ciência experimental. Talvez devêssemos mencionar aqui que a matemática experimental é agora um campo florescente que pode em breve encontrar seu historiador (ver BAKER, 2008 para um tratamento filosófico da matemática experimental e SØRENSEN, 2016 para uma análise em termos de culturas matemáticas). Esse tende a ser um tema de grande interesse para os filósofos, pois interfere em questões de método matemático. O problema pode ser colocado de modo simples, da seguinte forma: além do que Crombie lista como estilo metodológico (a) [axiomático], quais outros estilos são pretendidos na prática matemática? Corfield (2003) aborda o problema na introdução de seu livro *Towards a philosophy of 'real' mathematics* quando, referindo-se à lista de Crombie de acima, afirma:

Hacking aplaude a inclusão que Crombie faz de (a) como "restaurando a matemática para o campo das ciências" (HACKING, 1996) após a separação operada pelos positivistas lógicos, e estende o número de seus estilos para dois ao admitir o estilo algorítmico da matemática indiana e árabe. Me contento com essa linha de argumentação, principalmente se ela evitar que a matemática seja vista como uma atividade totalmente diferente de qualquer outra. De fato, matemáticos também se engajam nos estilos (b) (ver capítulo 3), (c) e (d) [7] e ao longo das linhas de (e) matemáticos estão atualmente analisando as estatísticas dos zeros da função zeta de Riemann. (CORFIELD, 2003, 19)

Na nota 7, Corfield menciona o comentário de John Thompson no sentido de que a classificação de grupos simples finitos é um exercício de taxonomia.

Não é o objetivo deste ensaio abordar diretamente o vasto conjunto de questões que emergem das citações anteriores. Deve-se salientar, entretanto, que essas questões

representam um território novo e estimulante para uma epistemologia descritiva da matemática, e que alguns trabalhos já foram realizados nessa direção (ver ETCHEVERRÍA 1996; van BENDEGEM 1998; BAKER 2008).

Por fim, como aproximar os estilos "local" e "metodológico" daquilo que se encontra em Chevalley e de Lorenzo? No caso da matemática, há boas evidências de que o *locus* mais natural para "estilos" encontra-se, por assim dizer, entre essas duas categorias. De fato, em geral, os estilos matemáticos vão além de qualquer comunidade local definida em termos sociológicos mais simples (nacionalidade, participação direta em uma escola etc..) e são tais que o grupamento só pode ser caracterizado pelo método específico de investigação seguido. Por outro lado, o método não é tão universal a ponto de ser identificável como um dos seis métodos descritos por Crombie ou algum da extensa lista fornecida por Hacking. Aqui estão alguns exemplos possíveis, nos quais os nomes associados a cada posição não devem induzir o leitor a pensar que se trata apenas de estilos "individuais".

1. Técnicas diretas versus indiretas em geometria (Cavalieri e Torricelli versus Arquimedes)
2. Abordagens algébricas vs. geométricas em análise nos séculos XVII e XVIII (Euler vs. McLaurin)
3. Abordagens geométricas vs. analíticas em análise complexa no século XIX (Riemann vs. Weierstrass)
4. Abordagens conceituais vs. computacionais em teoria algébrica de números (Dedekind vs. Kronecker)
5. Estilo estrutural vs. intuitivo em geometria algébrica (escola alemã vs. italiana)

Por certo, pode ser também que na história e na filosofia da ciência existam níveis 'intermediários' de estilo, como os descritos aqui (um exemplo que vem à mente é o 'estilo newtoniano' na física matemática), mas o fato de Jean Gayon não os ter detectado como centrais parece sugerir que a situação em história e filosofia da matemática é bastante diferente, pois esses estilos 'intermediários' são aqueles que foram mais amplamente discutidos e eles correspondem aos estilos analisados por Chevalley e de Lorenzo. Além disso, discussões sobre culturas matemáticas locais tendem a prescindir do conceito de estilo.

5. Por uma epistemologia do estilo

O problema de uma epistemologia do estilo talvez possa ser colocado mais ou menos como segue. Os elementos estilísticos presentes no discurso matemático são desprovidos de valor cognitivo e, portanto, somente fazem parte do colorido do discurso matemático ou podem ser vistos como mais intimamente relacionados a seu conteúdo cognitivo? A noção de coloração aqui vem de Frege, que distinguiu em "O pensamento" entre as condições de verdade de uma afirmação e aqueles aspectos da afirmação que podem fornecer informações sobre o estado de espírito do falante ou ouvinte, sem contribuir para suas condições de verdade. Em linguagem natural, elementos típicos de uma` coloração são expressões de arrependimento como "infelizmente". "Infelizmente, está nevando" tem as mesmas condições de verdade que "está nevando" e "infelizmente", na primeira frase, é apenas parte da coloração. Jacques e Monique Dubucs generalizaram essa distinção para provas em "La couleur des preuves" (DUBUCS & DUBUCS 1994), onde lidam com o problema de uma "retórica da matemática", um problema bastante próximo ao de uma análise de estilo.

Apelidando a retórica tradicional de 'residualista', pois leva em conta apenas fenômenos de significância não cognitiva, como ornamentação do texto matemático, deixando o objeto (como o conteúdo de uma demonstração) intocado, eles exploraram as opções para uma mais ambiciosa "retórica da matemática".

Pode-se, assim, começar a articular a primeira posição que pode ser defendida com respeito ao significado epistemológico do estilo. É uma posição que nega ao estilo qualquer papel cognitivo essencial e o reduz a um fenômeno de coloração subjetiva. De acordo com essa posição, variações estilísticas revelariam apenas diferenças superficiais de expressão que deixam intocado o conteúdo do discurso.

Duas posições mais ambiciosas têm sido defendidas na literatura sobre o conteúdo cognitivo do estilo. A primeira parece ser compatível com uma forma de platonismo ou realismo na matemática, enquanto a segunda se opõe definitivamente a ela. Está-se aludindo aqui às duas principais propostas disponíveis na literatura, a saber, as de GRANGER, 1968 [1974] e HACKING, 1992, que serão brevemente descritas a seguir.

O *Ensaio para uma filosofia do estilo* de Granger (*Essai d'une philosophie du style* 1968, *Filosofia do estilo* 1974) é o esforço mais sistemático e elaborado para desenvolver uma teoria do estilo para a matemática. O programa de Granger é tão ambicioso e rico que uma discussão completa da estrutura de seu livro e de suas detalhadas análises precisaria de um artigo por si só (ver também BENIS-SINACEUR 2010). Por limitação de espaço, intento aqui apenas dar uma ideia geral da constituição do projeto e mostrar que o papel epistemológico do estilo defendido por Granger é compatível com um realismo sobre entidades ou estruturas matemáticas.

O objetivo de Granger é fornecer uma análise da "prática científica". Ele define a prática como "uma atividade considerada com seu contexto complexo e, em particular, com as condições sociais que lhe dão significação num mundo efetivamente vivido (*vécu*)" (1968, p. 6, 1974, p. 14). Ele define Ciência como "construção de modelos abstratos, coerentes e eficazes, dos fenômenos" (p. 13, p. 22). Assim, uma prática científica tem componentes "universais" ou "gerais" e componentes "individuais". A análise da prática científica requer pelo menos três tipos de investigações:

1. São muitas as formas de estruturar, por meio de modelos, um determinado fenômeno; e os mesmos modelos podem ser aplicados a fenômenos diferentes. Além disso, as construções científicas, inclusive matemáticas, revelam uma certa "unidade estrutural". Ambos os aspectos serão o tema de uma análise estilística;
2. A segunda investigação diz respeito a uma "caracteriologia científica", destinada a estudar os componentes psicológicos relevantes na individuação da prática científica;
3. A terceira investigação diz respeito ao estudo da "contingência" da criação científica, sempre localizada no espaço e no tempo.

Todos os três aspectos seriam necessários para uma análise da "prática científica", mas em seu livro Granger concentra-se apenas no primeiro. Onde entram o estilo e a matemática? A matemática surge como uma das áreas de investigação que podem ser submetidas a uma análise estilística da ciência (o livro de Granger fornece aplicações não apenas à matemática, mas também à linguística e às ciências sociais). E o estilo? Toda prática social, segundo Granger, pode ser estudada do ponto de vista do estilo. Isso inclui ação política, criação artística e atividade científica. Há, portanto, uma estilística geral que tentará capturar as características estilísticas mais gerais de tais atividades e, em seguida, análises estilísticas mais

"locais", como a fornecida por Granger para atividades científicas. Obviamente, o conceito de estilo aqui invocado deve ser muito mais abrangente do que o usualmente associado a esse termo e, de fato, um conceito tal que faria sua aplicação a áreas como a atividade política ou a científica ser não apenas metafórica, mas sim "conatural" (*connaturate*) a tais atividades.

A análise do estilo matemático ocupa os capítulos 2, 3 e 4 do livro de Granger. O capítulo 2 trata do estilo euclidiano e da noção de magnitude; o capítulo 3 da oposição entre "estilo cartesiano e estilo desarguiano" (sobre o estilo cartesiano ver também Rabouin 2017); finalmente, o capítulo 4 trata do "nascimento do estilo vetorial". Todas essas análises giram em torno do conceito de "magnitude geométrica".

Pode-se ter uma boa noção do que Granger está buscando com a simples observação de um exemplo descrito em seu prefácio. Este é um exemplo referente aos números complexos.

Estilo, segundo Granger, é uma forma de impor estrutura a uma experiência. E, aqui, deve-se entender a experiência como indo além da experiência empírica. Em geral, o tipo de experiência ao qual matemáticos apelam não é empírico. Dessa experiência surgem os componentes "intuitivos" que se estruturam na atividade matemática. Mas não se deve pensar que existe uma "intuição" à qual, por assim dizer externamente, uma forma se aplique. A atividade matemática dá origem, ao mesmo tempo, à forma e ao conteúdo tendo uma certa experiência como pano de fundo.

> O estilo nos aparece aqui, por um lado, como uma forma de introduzir os conceitos de uma teoria, de encadeá-los, de unificá-los; de outro lado, como uma certa maneira de delimitar a carga intuitiva na determinação desses conceitos. (GRANGER, 1968, p. 20; 1974, p. 30)

Como exemplo, Granger fornece três maneiras de introduzir os números complexos; todas dão conta das propriedades estruturais que caracterizam a estrutura algébrica em questão. Pela primeira, introduz-se os números complexos via representação trigonométrica usando ângulos e direções. Pela segunda, os números complexos são apresentados como operadores aplicados a vetores. No primeiro caso, define-se um número complexo como um par de números reais e as propriedades da adição são então imediatas. Em contraste, no segundo caso, são as propriedades da multiplicação que são imediatamente apreendidas. Mas, e esta é a terceira maneira, também se pode introduzir números complexos por matrizes quadradas regulares. Isso leva a ver os números complexos como um sistema de polinômios em *x* módulo x^2+1.

> Estas diferentes maneiras de se apropriar de um conceito,[2] de integrá-lo em um sistema operatório e de associar-lhe implicações intuitivas – cujo alcance é necessário então delimitar exatamente – constituem o que denominamos de fatos de estilo. É evidente que o conteúdo estrutural da noção não é afetado aqui, que o conceito enquanto objeto matemático subsiste identicamente através desses efeitos de estilo. No entanto, nem sempre é assim e encontraremos posições estilísticas que ordenam verdadeiras variações conceituais. Em todo caso, o que sempre se modifica é a orientação do conceito para tal ou tal uso, tal ou tal extensão. O estilo desempenha, pois, um papel talvez essencial, ao mesmo tempo, numa dialética do desenvolvimento interno da Matemática e na de suas relações com mundos de objetos mais concretos. (GRANGER, 1968, p. 21; 1974, p. 32).

2 "Ces différentes façons de se saisir d'un concept", no original. Marton optou por "aprender".

Assim, na teoria de Granger, os estilos matemáticos são modos de apresentação, ou modos de compreender as estruturas matemáticas. Pelo menos em alguns casos, esses efeitos de estilo deixam os objetos ou estruturas matemáticas inalterados, embora afetem o modo pelo qual são apreendidos cognitivamente, afetando, portanto, como eles podem ser estendidos, aplicados em várias áreas etc.. Muito embora Granger pudesse ter simpatizado com um kantismo sem sujeito transcendental, pensando assim o estilo como constitutivo, parece que sua posição é pelo menos compatível com uma forma de realismo sobre entidades matemáticas. Este não parece ser o caso da terceira e última posição epistemológica a ser discutida, a Ian Hacking.

Como sublinhado anteriormente, seguindo Crombie, Hacking propôs investigar a noção de estilo como uma "nova ferramenta analítica" para a história e a filosofia da ciência. Ele prefere falar de estilos de raciocínio (ver também MANCOSU, 2005) em oposição aos estilos de pensamento de Fleck ou estilos de pensamento de Crombie (sua eleição mais recente é falar de 'Estilos de pensamento e ação científicos'; para a discussão mais atual sobre o programa de Hacking no momento em que escrevo, veja KUSCH, 2010 e a edição especial de *Studies in History and Philosophy of Science* (n.43, 2012), incluindo HACKING 2012 e várias outras contribuições). A razão disso é que Hacking quer se afastar do nível psicológico de raciocínio e trabalhar no nível mais "objetivo" dos argumentos. Ele define explicitamente seu projeto como uma continuação do projeto de Kant destinado a explicar como a objetividade é possível. E, de fato, a posição de Hacking rejeita o realismo, atribuindo um papel fortemente constitutivo ao estilo. De acordo com Hacking, os estilos são definidos por um conjunto de condições necessárias (ele sabiamente não tenta fornecer condições suficientes):

> Antes do desenvolvimento de um estilo de raciocínio não há sentenças passíveis de verdade, nem objetos independentemente identificados acerca dos quais [tais sentenças] estão corretas. Cada estilo de raciocínio introduz muitas novidades, incluindo novos tipos de: objetos; evidência; frases, novas formas de ser passível de verdade ou falsidade; leis, ou pelo menos modalidades; possibilidades. Deve-se notar também que, por vezes, surgem novos tipos de classificação e novos tipos de explicação. (HACKING, 1992, p. 11)

Deve ficar claro que essa noção de estilo, assim como a de Granger, atribui ao estilo um papel muito importante como fundamento da objetividade de toda uma área de atividade científica, mas que, diferentemente da de Granger, está comprometida ontologicamente com a rejeição do realismo. Os estilos são essenciais na constituição dos objetos matemáticos e estes não possuem uma forma de existência independente daqueles. Hacking não discutiu extensivamente estudos de caso em história da matemática, embora um de seus artigos (HACKING, 1995) trate de quatro imagens construcionistas da matemática (a palavra "construcionalismo" é emprestada de Nelson Goodman), mostrando quão bem elas se encaixam em sua imagem de "estilos de pensamento". Consequentemente, também está claro que posições realistas mais robustamente comprometidas não se encaixam bem na abordagem de estilos de raciocínio de Hacking.

Assim, três modelos possíveis para explicar o papel epistemológico dos "estilos" na matemática foram considerados. Certamente há muito mais posições possíveis esperando para serem articuladas, mas até agora isso é tudo o que pode ser encontrado na literatura.

6. Conclusão

Como dito no início, o tema do estilo matemático não é uma das áreas canônicas de investigação em filosofia da matemática. Na verdade, este ensaio é a primeira tentativa de agregar em um único texto as múltiplas contribuições para este tópico. Já deve estar claro, no entanto, que a reflexão sobre o estilo matemático está presente na atividade filosófica contemporânea e merece ser levada a sério. Mas o trabalho está apenas começando. Muito mais estudos de caso de estilos matemáticos são necessários, bem como uma articulação mais clara das consequências epistemológicas e ontológicas engendradas por diferentes conceituações de estilo. Além disso, seria desejável ver uma melhor integração de todo esse trabalho com o trabalho sobre estilos cognitivos encontrado na psicologia cognitiva e na área de educação matemática. Finalmente, repisados temas filosóficos, como a relação da forma e do conteúdo com o estilo, e a relação do estilo com a normatividade e a intencionalidade também teriam que ser abordadas (para uma excelente discussão de tais tópicos em estética, veja MESKIN, 2005).

Referências bibliográficas

BAKER, A. 2008. Experimental mathematics. *Erkenntnis*, vol. 68, pp. 331–344.

BENIS-SINACEUR, H. 2010. Style et contenu formel chez Gilles-Gaston Granger. In : SOULEZ, A. & MORENO, A. R. (eds.).*La Pensée de Gilles-Gaston Granger*. Paris: Hermann, pp. 161–206.

BENSE, M. 1946. *Konturen einer Geistesgeschichte der Mathematik*. *Die Mathematik und die Wissenschaften*. Hamburg: Claassen & Goverts. Também em BENSE, M. 1998. Ausgewählte Schriften, Band 2, Philosophie der Mathematik, Naturwissenschaft und Technik. Weimar: Verlag J. B. Metzler, Stuttgart (ver cap. 2 "Stilgeschichte in der Mathematik").

BENSE, M. 1949. *Konturen einer Geistesgeschichte der Mathematik. II. Die Mathematik in der Kunst*. Hamburg: Claassen & Goverts. Também em BENSE, M. 1998. Ausgewählte Schriften, Band 2, Philosophie der Mathematik, Naturwissenschaft und Technik. Weimar: Verlag J. B. Metzler, Stuttgart (ver cap. 1 "Zum Begriff des Stils").

BIEBERBACH, L. 1934a. *Kurzreferat, Forschungen und Fortschritte*, vol. 10, pp. 235–237.

BIEBERBACH, L. 1934b. *Persönlichkeitsstruktur und mathematisches Schaffen. Unterrichtblätter für Mathematik und Naturwissenschaften*, vol. 40, pp. 236–243.

BIEBERBACH, L. 1934c. *Stilarten mathematischen Schaffens, Sitzungsbericht der preußischen Akademie der Wissenschaften*, vol. 40, pp.351–360.

BORROMEO FERRI, R. 2005. *Mathematische Denkstile. Ergebnisse einer empirische Studie*. Hildesheim: Verlag Franzbecker.

BOTTAZZINI, U. 2001. From Paris to Berlin: Contrasted Images of nineteenth-century mathematics. In: BOTTAZZINI, U A. & DAHAN DALMEDICO, A. (eds.), pp. 31–47.

BOTTAZZINI, U. & DAHAN DALMEDICO, A. (eds.) 2001, *Changing Images of Mathematics*, London: Routledge.

BRIGAGLIA, A., 2001,.The creation and persistence of national schools: the case of Italian algebraic geometry. In: BOTTAZZINI, U A. & DAHAN DALMEDICO, A. (eds.), pp. 187–206.

CASNATI, G., et al. (eds.) 2016. *From Classical to Modern Algebraic Geometry. Corrado Segre Mastership and Legacy*. Cham: Birkhäuser.

CAVALIERI, B. 1635. *Geometria Indivisibilibus Continuorum Nova Quadam Ratione Promota*. Bologna: Clemente Ferroni.

CHASLES, M., 1837. *Aperçu Historique sur l'Origine et le Développement des Méthodes en Géométrie*. Bruxelles: M. Hayez.

CHEVALLEY, C. 1935. Variations du style mathématique. *Revue de Métaphysique et de Morale*, vol. 3, pp. 375–384.

COHEN, I.B. 1992. The Principia, universal gravitation and the 'Newtonian style' in relation to the Newtonian revolution in science. In BECHLER, Z., (ed.) *Contemporary Newtonian Research*. Dordrecht: Reidel, pp. 21–108.

CORFIELD, D. 2003. *Towards a Philosophy of 'Real' Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

CORRY, L. 2004a. *Modern Algebra and the Rise of Mathematical Structure.* Basel: Birkhäuser. 2nd edition.

CORRY, L. 2004b. Introduction. *Science in Context*, vol.17, pp 1–22.

CROMBIE, A. 1994. *Styles of Scientific Thinking in the European Tradition*. London: Duckworth.

de GANDT, F. 1986. Le style mathématique des 'Principia' de Newton". *Revue d'Histoire des Sciences*, vol. 39, n. 3, pp. 195–222.

de LORENZO, J. 1971. *Introducción al estilo matematico*. Madrid: Editorial Tecnos.

DHOMBRES, J. 1993. *La figure dans le discours géométrique: les façonnages d'un style*. Nantes: Université de Nantes.

DUBUCS, J. AND DUBUCS, M. 1994. La couleur des preuves. In: de COOREBYTER, V. (ed.). *Structures rhétoriques en science*. Paris : PUF, pp. 231–249.

DUHEM, P. 1915. *La Science Allemande*. Paris: Hermann. English translation: *German Science*. Chicago: Carus Publishing, 2000.

EDWARDS, H.M. 1987. Dedekind's invention of ideals. In: PHILLIPS, E. *Studies in the History of Mathematics*. Washington: The Mathematical Association of America, pp. 8–20.

ELWICK, J. 2007. *Styles of Reasoning in the British Life Sciences: Shared Assumptions, 1820–1858*. London: Pickering & Chatto.

EPPLE, M. 1997. Styles of argumentation in the late 19th century geometry and the structure of mathematical modernity. In: OTTE, M. & PANZA, M. (eds.) *Analysis and Synthesis in Mathematics.* Dordrecht: Kluwer, pp. 177–198.

EPPLE, M. 2004. Knot Invariants in Vienna and Princeton during the 1920s: Epistemic configurations of mathematical research. *Science in Context*, vol. 17, pp.131–164.

EPPLE, M. 2011. Between timeless and historiality: On the dynamics of epistemic objects of mathematics. *Isis*, vol.102, pp. 481–493.

ETCHEVERRÍA, J. 1996. Empirical methods in mathematics. A case study: Goldbach's conjecture. In: MUNÉVAR, M. (ed.) *Spanish Studies in the Philosophy of Science*. Dordrecht: Kluwer, pp. 19–55.

FERREIRÓS, J., AND RECK, E. 2020. Dedekind's mathematical structuralism. In Reck, E. & Schiemer, G. (eds.) *The Prehistory of Mathematical Structuralism*. Oxford: Oxford University Press, pp. 59–87.

FLECK, L. 1935. *Entstehung und Entwicklung einer wissenschaftlichen Tatsache. Einführung in die Lehre vom Denkstil und Denkkollektiv*. Basel: Schwabe. English translation: Genesis and Development of a Scientific Fact (Translated into English by Frederick Bradley). Chicago: University of Chicago Press, 1979.

FLECKENSTEIN, J.O. 1955. Stilprobleme des Barock bei der Entdeckung der Infinitesimalrechnung. *Studium Generale*, vol. 8, pp. 159–166.

FREUDENTHAL, H. 1975. *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Reidel.

GAVROGLU, K. 1990. Differences in Style as a Way of Probing the Context of Discovery. *Philosophia*, vol. 45, pp. 53–75.

GAYON, J. 1996. De la catégorie de style en histoire des sciences. *Alliage*, vol. 26, pp.13–25.

GAYON, J. 1998. De l'usage de la notion de style en histoire des sciences. In :

GAYON, J. et al. (eds.) *La Rhétorique: Enjeux de ses Résurgences*. Bruxelles: OUSIA, pp. 162–181.

GOLDSTEIN, C. 2001, "L'expérience des nombres de Bernard Frenicle de Bessy". *Revue de Synthèse*, 122: 425–454.

GRANGER, G.G. 1968. *Essai d'une philosophie du style*, Paris: Armand Colin, reprinted with corrections by Paris: Odile Jacob. Tradução ao português por Scarlet Marton. São Paulo: Perspectiva, 1974.

GRANGER, G.G. Le style mathématique de l'Académie platonicienne. In GRANGER, G.G. *Philosophie, Langage, Science.* Les Ulis: EDP Science, pp. 267–294.

GRAY, J. 2008, *Plato's Ghost: The modernist transformation of mathematics*. Princeton: Princeton University Press.

HACKING, I. 1992. 'Style' for historians and philosophers. *Studies in History and Philosophy of Science*, vol. 23, pp. 1–20.

HACKING, I. 1995. Immagini radicalmente costruzionaliste del progresso matematico. In: PAGNINI, A. (ed.) *Realismo/Antirealismo*. Firenze: La Nuova Italia, pp. 59–92.

HACKING, I. The disunities of science. In: GALISON. & D. STUMP (eds.) *The Disunity of Science: Boundaries, Context and Power*. Stanford: Stanford University Press, pp. 37–74.

HACKING, I. 2002. *Historical Ontology*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

HACKING, I. 'Language, Truth, and Reason' 30 years later. *Studies in History and Philosophy of Science,* vol. 43, pp. 599–609.

HARWOOD, J. 1993. *Styles of Scientific Thought—The German Genetics Community, 1900–1933*. Chicago: The University of Chicago Press.

HØYRUP, J. 2005. Tertium non datur: on reasoning styles in early mathematics. In: MANCOSU, P. et al. (eds.) *Visualization, Explanation and Reasoning Styles in Mathematics.* Dordrecht: Springer, pp. 91–121.

KATZ, S. 2004. Berlin roots—Zionist incarnation: the ethos of pure mathematics and the beginning of the Einstein Institute of mathematics at the Hebrew University of Jerusalem. *Science in Context*, vol. 17, pp. 199–234.

KLEIN, F. 1924. *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus. Erster Band. Arithmetik, Algebra, Analysis*, 3rd edition. Berlin: Julius Springer.

KLEINERT, A. 1978. Von der Science Allemande zur Deutschen Physik. *Forschungen zur westeuropäischer Geschichte,* vol. 6, pp. 509–525.

KUSCH, M. 2010. Hacking's historical epistemology: a critique of styles of reasoning. *Studies in History and Philosophy of Science*, vol. 41, pp. 158–173.

KWA, C. 2012. An 'ecological' view of styles of science and of art: Alois Riegl's explorations of the style concept. *Studies in History and Philosophy of Science*, vol. 43, pp. 610–618.

LARVOR, B. (ed.). 2016. *Mathematical Cultures. The London Meetings 2012–2014*. Cham: Birkhäuser.

LAUGWITZ, D. 1993. *Zur Genese des Denkens in mathematischen Begriffen: Bernhard Riemanns neuer Stil in der Analysis,* Darmstadt.

LEIBNIZ, G.W. 1701. Mémoire de Mr. Leibniz touchant son sentiment sur le calcul différentiel. *Journal de Trévoux*, pp. 270–272. Reprinted in G. W. *Leibniz, Mathematische Schriften* (Edited by C.I. Gerhardt). Hildesheim: Georg Olms, 1962, vol. IV, pp. 95–96.

MAIENSCHEIN, J. 1991. Epistemic Styles in German and American Embryology. *Science in Context*, vol. 4, pp. 407–427.

MANCOSU, P. (ed.). 1998. *From Brouwer to Hilbert*. New York and Oxford: Oxford University Press.

MANCOSU, P. et al. (eds.) 2005. *Visualization, Explanation and Reasoning Styles in Mathematics.* Dordrecht: Springer.

MANNHEIM, K. 1929. *Ideologie und Utopie*. Bonn: F. Cohen. English translation: *Ideology and utopia: an introduction to the sociology of knowledge*. New York: Harcourt, Brace, and World, 1968.

MARQUIS, J.-P. 2021 The structuralist mathematical style: Bourbaki as a case study. In: OLIVERI, G., TERNULLO, C. & BOSCOLO, S. (eds.) *Objects, Structures, and Logics*. Cham: Springer.

MEHRTENS, H. 1987. Ludwig Bieberbach and 'Deutsche Mathematik'. In: PHILIPPS, E.R. *Studies in the History of Mathematics*. Washington: The Mathematical Association of America, pp. 195–241.

MEHRTENS, H. Der französische Stil und der deutsche Stil. Nationalismus, Nationalsozialismus und Mathematik, 1900–1940. In: COHEN, Y & MANFRASS, K. (eds.). *Frankreich und Deutschland: Forschung, Technologie und industrielle Entwicklung im 19. und 20*. Jahrhundert. Munich: C.H. Beck.

MEHRTENS, H. 1990b. *Moderne, Sprache, Mathematik*. Frankfurt: Suhrkamp.

MEHRTENS, H. 1996. Modernism vs counter-modernism, nationalism vs internationalism: style and politics in mathematics, 1900–1950. In: GOLDSTEIN, C. et al. (eds.). *L'Europe Mathématique. Histoires, Mythes, Identités*. Paris : Éditions de la Maison de Sciences de l'Homme, pp. 519–530.

MESKIN, A. 2005. Style. In: GOUT, B. & LOPES, D.M. (eds.). *The Routledge Companion to Aesthetics*, 2nd edition. London: Routledge, pp. 489–500.

NETZ, R. 1999. *The Shaping of Deduction in Greek Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

NOVY, L. 1981. Notes concerning the style of Bolzano's mathematical thinking. *Acta Historiae Rerum Naturalium nec non Technicarum*, vol. 16: 9–28.

NYE, M. J. 1993. National Styles? French and English Chemistry in the Nineteenth and Early Twentieth Centuries. *Osiris*, vol. 8: 30–49.

PANOFSKY, E. 1924. *Idea*. Berlin: Erwin Panofsky und Bruno Hessling Verlag. English translation: *Idea*. New York: Harper and Row, 1968.

PECKHAUS, V. 2007. Stilarten mathematischen Schaffens. In: ROBERING, K. (ed.) *"Stil" in den Wissenschaften*. Münster: Nodus-Verlag, pp. 39–49.

POINCARE, J.H. 1905. *La Valeur de la Science*. Paris: Flammarion. English translation: *The Value of Science*. New York: Dover Publications, 1958.

RABOUIN, D. 2017. Styles in mathematical practice. In CHEMLA, K. & FOX-KELLER (eds.) *Cultures without Culturalism in the Making of Scientific Knowledge*. Durham: Duke University Press, pp. 262–306.

RECK, E. 2009. Dedekind, Structural Reasoning, and Mathematical Understanding, in van KERKHOVE, B. (ed.) *New Perspectives on Mathematical Practices*. Singapore: WSPC Press, pp. 150–173.

RIDING, R. 2000. Cognitive Style: a Review. In RIDING, R. J. AND RAYNER, S. G. *International Perspectives on Individual Differences, vol. 1. Cognitive Styles*. Stamford (CT): Ablex, pp. 315–344

ROWE, D. 2003. Mathematical schools, communities, and networks. In: NYE, M.J. (ed.) *Cambridge History of Science, vol. 5, Modern Physical and Mathematical Sciences*. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 113–132.

ROWE, D. 2004. Making Mathematics in an Oral Culture: Göttingen in the Era of Klein and Hilbert. *Science in Context*, vol. 17, pp. 85–129.

SAUERLÄNDER, W. 1983. From Stilus to Style: Reflections on the Fate of a Notion. *Art History*, vol. 6, n.3, pp. 253–270.

SEGAL, S. 2003. *Mathematicians under the Nazis*. Princeton: Princeton University Press.

SØRENSEN, H. K. 2016. 'The end of proof'? The integration of different mathematical cultures as experimental mathematics comes of age. In: LARVOR, B. (ed.) *Mathematical Cultures. The London Meetings 2012–2014*. Cham: Birkhäuser, pp. 139–160.

SPENGLER, O. 1918 (1921) *Der Untergang des Abenlandes*. Vienna: Verlag Braumüller. English translation: *Decline of the West: Form and Actuality*, 2 vols., London: Allen and Unwin.

STERNBERG, R.J. & GRIGORENKO, E.L. 2001. A capsule history of theory and research on styles. In

STERNBERG & ZHANG, pp. 1–22.

STERNBERG, R.J. & ZHANG, L.F. (eds.) 2001. *Perspectives on Thinking, learning, and cognitive styles*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

TAPPENDEN, J. 2005. Proof style and understanding in mathematics I: Visualization, unification and axiom choice. In: MANCOSU, P. 2005. pp. 147–214.

van BENDEGEM, J.P. 1998. What, if anything, is an experiment in mathematics? In Anapolitanos, D. et al. (eds.). *Philosophy and the Many Faces of Science*. Lanham: Rowman and Littlefeld, pp. 172–182.

van BENDEGEM, J.P. and van KERKHOVE, B. 2014. Another look at mathematical style, as inspired by Le Lionnais and the OuLiPo". In: WEBER, E. et al. (eds.). *Logic, Reasoning, and Rationality*. New York: Springer, pp. 233–245.

WEISS, E.A. 1939. Über den mathematischen Stil von Poncelet. *Deutsche Mathematik*, vol. 4, pp. 126–127.

WESSELY, A. 1991. Transposing 'style' from the history of art to the history of science. *Science in Context*, vol. 4, pp. 265–278.

WISAN, W. 1981. Galileo and the emergence of a new scientific style. In: HINTIKKA, D. GRUENDER & E. AGAZZI (eds.) *Theory Change, Ancient Axiomatics and Galileo's Methodology*, vol. 1. Dordrecht: Reidel, pp. 311–339

Resumo

Este ensaio inicia com uma taxonomia dos principais contextos matemáticos nos quais a noção de "estilo" vem sendo mobilizada desde o início do século XX. Dentre estes contextos, encontramos o uso da noção de estilo em histórias culturais comparadas da matemática, na caracterização de estilos nacionais e em descrições da prática matemática. Esses desenvolvimentos são então relacionados à abordagem mais conhecida do estilo na história e na filosofia das ciências naturais, nas quais se distinguem os estilos "locais" e "metodológicos". Argumenta-se que o *locus* natural de "estilo" em matemática encontra-se entre os estilos "local" e "metodológico" descritos por historiadores e filósofos da ciência. Finalmente, a última parte do ensaio revisa alguns dos principais tratamentos do estilo na matemática, devidos a Hacking e Granger, e investiga suas implicações epistemológicas e ontológicas.

Palavras-chave filosofia da matemática, história da matemática epistemologia da matemática, estilo.

Abstract

The essay begins with a taxonomy of the major contexts in which the notion of 'style' in mathematics has been appealed to since the early twentieth century. These include the use of the notion of style in comparative cultural histories of mathematics, in characterizing national styles, and in describing mathematical practice. These developments are then related to the more familiar treatment of style in history and philosophy of the natural sciences where one distinguishes 'local' and 'methodological' styles. It is argued that the natural locus of 'style' in mathematics falls between the 'local' and the 'methodological' styles described by historians and philosophers of science. Finally, the last part of the essay reviews some of the major accounts of style in mathematics, due to Hacking and Granger, and probes their epistemological and ontological implications.

Keywords *philosophy of mathematics, history of mathematics, epistemology of mathematics, style*